CURSO INICIAL 2020

**TECNICATURA SUPERIOR EN
ADMINISTRACIÓN DE RECURSOS HUMANOS**

Matemática I

Contenidos

Números naturales. Números enteros. Números racionales. Números irracionales. Números reales. Relación de orden. Representación decimal de los números reales. Operaciones con números reales. Propiedades de las operaciones: suma, producto, división, potenciación y radicación. Porcentaje.

Objetivos:

- ✓ Recordar las propiedades de las operaciones con números reales y aplicarlas a casos concretos.

Trabajaremos básicamente con el conjunto de los **números reales** (**R**), pero sin olvidarnos que este conjunto numérico está contenido en otro más amplio que es el de los **números complejos** (**C**).

Ambos conjuntos son las **"herramientas de cálculo"** para resolver distintos problemas en diferentes áreas y temáticas.

Los números son utilizados para:

- **Contar**. Se dice hay 9 planetas. Análogamente, se cuentan los alumnos de una clase de un curso de Matemática I, asistentes a un espectáculo de rock, días que faltan para el cumpleaños y muchísimos ejemplos más. Para hablar de esto se cuenta con los números naturales.

Los números naturales sirven también para numerar. Se dice, la tierra es el 3º planeta del sistema solar según su distancia al sol. A veces para contar se requiere de números negativos: un saldo en el banco $ (-1250) ó hablamos de - 3ºC para referirnos a las temperaturas por debajo de 0ºC. Se trata de los números enteros.

- **Expresar medidas**, Medir es relacionar magnitudes de un mismo tipo. Cuando decimos que el volumen del planeta Mercurio es $6/100$ el de la Tierra, estamos midiendo Mercurio tomando como unidad la Tierra.

El resultado de una medición no suele ser un número entero. Por eso para expresar medidas, se requiere de un tipo de números que admita *trozos o partes de unidad*: los números fraccionarios.

Por ejemplo: Decimos llevo ¼ kilo de pan, la superficie de una habitación es 27,3 m^2, a Inés le corresponden los $2/5$ de la herencia.

- **Calcular**. Los números además de expresar cantidades y medidas, también sirven para operar con ellos, es decir para calcular cantidades a partir de otras conocidas: esta es la mayor de las ventajas.

El estudio de las propiedades de las operaciones con números aporta métodos de cálculo más cómodos y eficaces, de allí la importancia de su conocimiento. Es por ello, que revisaremos o repasaremos propiedades de los conjuntos numéricos que seguramente conocerán y en algunos casos estudiaremos otras nuevas con el objeto de mejorar las destrezas en el campo numérico.

Números Naturales

Los **números naturales** son los números que utilizamos para contar y para numerar, estos son:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9...\}$$

Los puntos suspensivos indican que los números continúan de esa forma, sin terminar nunca.

Un poco de historia

Antes de que surgieran los números el hombre se las ingenió para contar, utilizando para ello objetos como piedras, palitos de madera, nudos de cuerdas, o simplemente los dedos. Más adelante comenzaron a aparecer los símbolos gráficos como señales para contar, por ejemplo marcas en una vara o simplemente trazos específicos sobre la arena. Pero fue en Mesopotamia alrededor del año 4.000 aC donde aparecen los primeros vestigios de los números que consistieron en grabados de señales en formas de cuñas sobre pequeños tableros de arcilla empleando para ello un palito aguzado. De aquí el nombre de escritura cuneiforme. Este sistema de numeración fue adoptado más tarde, aunque con símbolos gráficos diferentes, por los griegos y romanos. Los griegos emplearon simplemente las letras de su alfabeto, mientras que los romanos además de las letras utilizaron algunos símbolos.

Reciben el nombre de naturales porque fueron los primeros que utilizó el ser humano para contar objetos de la naturaleza.

¿El cero es un número natural o no?

Existen varias razones para ***no*** considerar el cero como número natural:

1.- Si los números naturales son los que sirven para contar, se comienza a contar a partir de uno, no de cero.

2.- Históricamente, primero surgió el uno y sus sucesores y posteriormente se descubrió el cero.

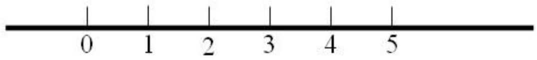
3.- La mayoría de las pruebas por inducción matemática sobre n, siendo n un número natural, inicia a partir de 1 y no de 0.

Se observa que tiene un primer elemento: el 1, y luego se va de uno en uno sin fin. Es un conjunto infinito ordenado: a cada elemento le corresponde un sucesor y a cada uno, con excepción del 1, le corresponde un antecesor.

Representación gráfica

Podemos representar los números naturales sobre una recta horizontal, estableciendo una relación tal, que a cada número natural le corresponde un punto de la recta. Para ubicar los puntos se elige una unidad de longitud, y esta se toma como referencia. Los números naturales se ubican a la derecha del punto tomado como cero. (*Recuerde que el cero no se considera natural, pero se utiliza como punto de referencia).*

La recta horizontal, es conocida como "recta numérica". Después de introducir el concepto de números reales adoptaremos el nombre más conveniente de **"recta real"**.



Con respecto a las operaciones que podemos realizar, si sumamos dos números naturales obtenemos otro número natural, por ejemplo: 8 + 5 = 13, al igual que si se realiza una multiplicación. Se dice que *el conjunto de los números naturales es cerrado respecto de las operaciones suma y producto* pues al sumar o multiplicar dos números naturales su resultado es también un número natural.

Decimos que no sólo conocemos los números naturales N sino también la estructura algebraica por las operaciones de suma y producto (+, ·) y por la relación de orden, <. Expresado como (N, +, ·, <).

Si se resta 5 – 7, necesitamos otro número que represente el resultado, La sustracción de naturales sólo es posible cuando el minuendo es mayor que el sustraendo.

<u>**Números Enteros**</u>

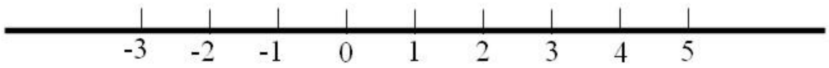
En el diario vivir se escuchan expresiones como: 10 grado bajo cero, 647 en débito, 742 años antes de Cristo, 150 m bajo el nivel del mar. Estas expresiones se refieren a números menores que cero. Con estas situaciones surgen los números negativos. Los enteros negativos, el cero y los números naturales (también conocidos por enteros positivos) forman el conjunto de los **números enteros**, estos son

$$Z = \{\ldots,-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,\ldots\}$$

En este caso como en el caso de los números naturales hemos nombrado el conjunto por extensión.

El conjunto de números enteros, es también infinito.

Los números enteros se pueden representar gráficamente en la recta numérica de la siguiente forma:



Obsérvese que los enteros negativos se toman a la izquierda del cero y los positivos a la derecha. Todos los números naturales son enteros.

Si sumamos, restamos y multiplicamos enteros siempre se obtiene otro número entero, dicho de otro modo estas operaciones son cerradas en el conjunto de los números enteros. Pero si dividimos dos enteros no siempre obtendremos otro entero, sólo es factible cuando el dividendo es múltiplo del divisor. Por ejemplo, $16:2=8$ pero en $3:4$ el resultado no es un entero. Existen muchas divisiones donde el resultado no es un entero. Esta situación nos lleva a otro conjunto numérico conocido por los **números racionales**.

<u>Números Racionales</u>

De la necesidad de una herramienta para expresar la ración de un reparto nacen los racionales. Fueron introducidos antes que los números enteros, alrededor de 2000-1800 aC por los babilónicos y en 1650 aC por los egipcios.

Está formado por los números que representan cocientes entre números enteros, es decir números como:

$$\frac{1}{2};\ -\frac{3}{4};\ 4;\ -\frac{8}{25};\ -20;\ \frac{7}{63};\ \frac{41}{99}$$

El conjunto de los números racionales se representa con la letra Q que significa *quotient*, "cociente" en varios idiomas europeos.

Se construyen los números racionales mediante razones entre números enteros; así cualquier número racional se puede expresar como $\frac{p}{q}$ donde p y q son enteros

Es preferible nombrar el conjunto de los números racionales por comprensión, pues de esta forma se puede definir específicamente su naturaleza:

$$Q = \left\{ r = \frac{p}{q},\ \text{tales que}\ \ p \in Z, q \in Z;\ q \neq 0 \right\}$$

Algo para recordar...

No existen racionales cuyo denominador sea 0.

Cabe destacar en particular que todos los números enteros son números racionales. En efecto, todo número entero es un número racional cuyo de denominador es 1.

Importante: Los números racionales cumplen la **propiedad de densidad,** esto es, para cualquier pareja de números racionales existe otro número racional situado entre ellos, propiedad que no estaba presente en los números enteros, por lo que los **números racionales son densos** en la recta de los números reales.

Por las propiedades que cumple (Q, +, ·, <) el conjunto de los racionales es un cuerpo totalmente ordenado.

Sin embargo, el cuerpo (Q, +, · <) no es completo. (Q, + ·, <) sirve para contar conjuntos finitos (contiene N), para hacer balances (contiene Z), para expresar raciones de reparto o fracciones (contiene a Q), pero no sirve expresar el resultado de algunas medidas.

Veamos un ejemplo, el conocido Teorema de Pitágoras. Consideramos un cuadrado de lado 1. No hay ningún número racional a/b que exprese la longitud de la diagonal. Tampoco es racional la longitud de la circunferencia de diámetro 1 o el área del círculo de radio 1. El problema más famoso de la matemática era saber qué número es π. A finales del siglo VXIII se probó que π no es racional.

Números Irracionales

Tras distinguir los números componentes de la recta real en tres categorías: naturales, enteros y racionales, podría parecer que ha terminado la clasificación de los números, pero aún quedan "huecos" por rellenar en la recta.

Los números irracionales son los elementos de dicha recta que cubren los vacíos que dejan los números racionales.

Los números irracionales son los elementos de la recta real que no pueden expresarse mediante el cociente de dos enteros y se caracterizan por poseer infinitas cifras decimales que no siguen un período definido. De este modo, puede definirse **número irracional** como **decimal infinito no periódico**.

Toda expresión en números decimales es sólo una aproximación en números racionales al número irracional referido, por ejemplo, el número racional 1.4142135 es sólo una aproximación a 7 cifras decimales del número irracional raíz cuadrada de 2, el cual posee infinitas cifras decimales que no siguen un periodo.

Entonces, decimos con toda propiedad que el número raíz cuadrada de dos es *aproximadamente* igual a 1.4142135 en 7 decimales, o bien es *igual* a 1.4142135 ... , es decir, los tres puntos hacen referencia a los infinitos decimales que hacen falta y que jamás terminaríamos de escribir.

Debido a ello, los más célebres números irracionales son identificados mediante símbolos especiales; los tres principales son los siguientes:

1. π (pi): relación entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro.

2. $e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

3. $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618033989\ldots$

Números Reales

El concepto de número real se originó cuando se constató la existencia de los números irracionales. Así, el conjunto de los **números reales** se origina de la **unión** del conjunto de los **números racionales** y el **conjunto de los irracionales**.

Simbólicamente esto se expresa: $\Re = \mathrm{Q} \cup \mathrm{I}$

El conjunto de los números reales se expresa por la letra $\Re$. Se trata de un conjunto también infinito.

Debido a que el conjunto de números reales contiene al conjunto de números racionales, y éste a su vez contiene a los enteros que a su vez contiene los números naturales. Asimismo, el conjunto de números reales contiene al de los números irracionales. Puede definirse **un número real**, en estos términos, **como un número positivo o negativo que puede o no tener cifras decimales en cantidad finita o infinita**.

Con números reales pueden realizarse todo tipo de operaciones básicas con dos excepciones importantes, a saber:

1.- No existen raíces de orden par (cuadradas, cuartas, sextas, etc) de números negativos en números reales, razón por la que existe otro conjunto de números donde estas operaciones están definidas: los imaginarios.

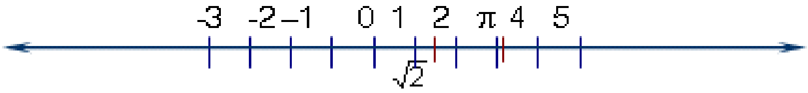
2.- No existe la división por cero, pues carece de sentido.

Estas dos restricciones tienen repercusiones importantes en ramas más avanzadas de las matemáticas.

Representación gráfica de los números reales

Los números se representan gráficamente al igual que los conjuntos numéricos anteriores en una recta horizontal llamada comúnmente **recta real.** La representación se construye de tal manera que a **cada número real se le hace "corresponder" exactamente un punto de la recta real**.

Sería imposible hacer una representación gráfica de todos los números reales en un solo dibujo, no obstante, es posible hacer siempre una representación gráfica conveniente de alguna parte del conjunto de los números reales. Para esto basta señalar algunos valores, tomando algunos puntos de referencia, generalmente se parte tomando un punto como cero, y tomando números reales negativos a la izquierda y reales positivos a la derecha del punto elegido como cero, en la forma mostrada a continuación.



Esta normalmente es la **"convención"** más aceptada y utilizada.

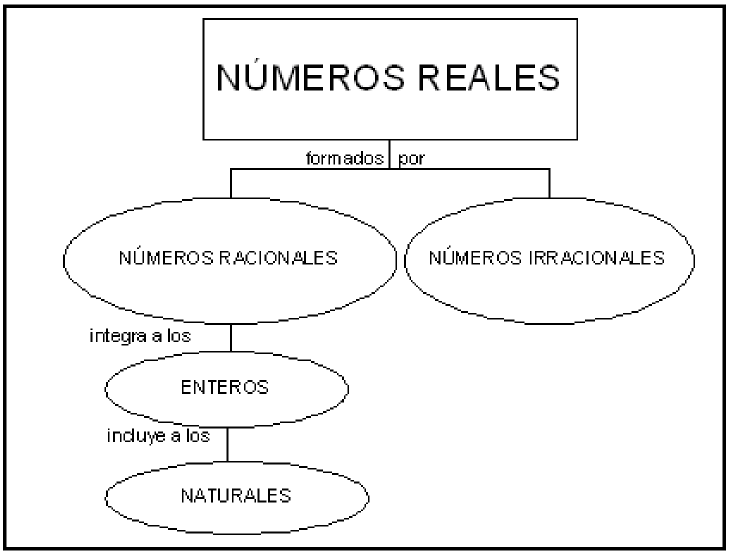
La principal característica del conjunto de los **números reales** es la **continuidad**, es decir, cuando se dice que un número se aproxima arbitrariamente a otro, por ejemplo, a 2, la continuidad de los números reales permite que existan números cada vez más cercanos a 2 como 1.9, 1.99, 1.99999, etc por un lado o 2.1, 2.01, 2.00001, etc por el otro.

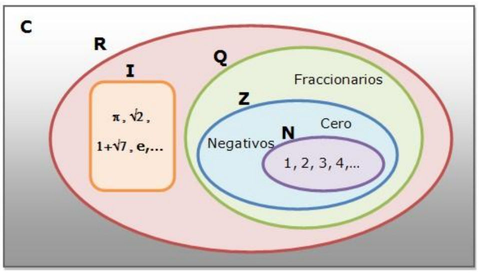
Sin embargo, aquí no termina la historia, pues luego de los reales vinieron los **números complejos**. Éstos nacieron en el siglo XVI al intentar resolver ecuaciones de segundo grado como $x^2 + 9 = 0$ u otras de mayor grado. Aquí aparecen expresiones como $\sqrt{-9}$ que en un principio resultaron difíciles de interpretar. ¿Qué número multiplicado por sí mismo da -9?

Así surge el número i, donde $i^2 = -1$, abriendo paso al desarrollo de los números complejos que poco a poco fueron haciéndose más familiares hasta que se les dio una representación geométrica clara. Estos números resultaron de gran utilidad para unificar resultados importantes en álgebra, análisis y teoría de números.

En este curso no trataremos el conjunto de los números complejos.

Resumen





Relación de orden

Cuando se trabaja con números reales es frecuente encontrar situaciones en las cuales se desea comparar cantidades y/o variables que representan números reales. Estas comparaciones se refieren a cuál de dos expresiones dadas es ***mayor*** o ***menor*** que la otra. Cuando se establece esta comparación estamos diciendo que existe una **"*relación de* orden"** entre las dos cantidades.

Para poder operar con desigualdades es necesario conocer sus propiedades, una de ellas es la ley de **Tricotomía** que dice: si **a** y **b** son números reales, se cumple una y solamente una de las siguientes relaciones:

$$\mathbf{a < b} \text{ ó } \mathbf{a = b} \text{ ó } \mathbf{a > b}$$

Dicho de otro modo, al asignarle un valor a cada uno tenemos sólo tres opciones que **a** sea mayor que **b**, que sea menor o que sea igual.

Dados dos números sólo pueden ser iguales o desiguales (mayor o menor). Una alternativa a la vez.

Representación decimal de los números reales

Los racionales como desarrollo decimal

Los racionales se caracterizan por tener un desarrollo decimal cuya expresión sólo puede ser de tres tipos:

- Exacta: la parte decimal tiene un número finito de cifras. Ejemplo: $\frac{8}{5} = 1{,}6$
- Periódica pura: toda la parte decimal se repite indefinidamente.

  Ejemplo: $\frac{1}{7} = 0{,}\mathbf{142857}142857...$
- Periódica mixta: no toda la parte decimal se repite.

  Ejemplo: $\frac{1}{60} = 0{,}01\mathbf{6}666... = 0{,}01\widehat{6}$

De este modo, podemos definir número racional si y sólo si su representación decimal es **decimal finita o periódica infinita**.

Los racionales como desarrollo en forma de fracción

Recíprocamente, todo número con un desarrollo decimal puede expresarse en fracción de la siguiente manera:

- **Decimales exactos o finitos**: Se escribe en el numerador la expresión decimal sin la coma, y en el denominador un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales. Ejemplo: $34{,}65 = \frac{3465}{100}$
- **Decimales periódicos puros**: La fracción de un número decimal periódico tiene como numerador la diferencia entre el número escrito sin la coma y la parte anterior al período; y como denominador, tantos "9" como cifras tiene el período. Ejemplo: $15{,}3434... = \frac{1534-15}{99} = \frac{1519}{99}$
- **Decimales periódicos mixtos**: Tendrá como numerador la diferencia entre *a* y *b*, donde *a* es el número escrito sin la coma, y *b* es el número sin la parte decimal periódica, escrito como número entero. El denominador tendrá

tantos "9" como cifras tiene el período y otros tantos "0" como cifras decimales no periódicas haya. Ejemplo: Sea el número 12,34444... = $12{,}3\widehat{4}$ entonces *a* = 1234 y *b* = 123, por lo que el número buscado será $\frac{1234-123}{90}=\frac{1111}{90}$.

¿Cómo trabajar los números mixtos?

Si por ejemplo, vas a la panadería y pedís dos kilos y cuarto de pan, ¿cómo se escribe es número y a qué fracción equivale?

$$2\frac{1}{4}=2+\frac{1}{4}=\frac{8+1}{4}=\frac{9}{4}$$

Operaciones de suma y producto. Propiedades de los números reales

Para todo número real a, b y c:

Propiedad	SUMA	PRODUCTO	Ejemplos
Conmutativa	a + b = b + a	a · b = b · a	5 + 3 = 3 + 5 2 x 4 = 4 x 2
Asociativa	a + (b + c) = (a + b) + c	a · (b · c) = (a · b) · c	2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4 5 x (1 x 7) = (5 x 1) x 7
Elemento neutro o identidad de la Suma	a + 0 = a		8 + 0 = 8 -4 + 0 = -4
Elemento neutro o identidad de la multiplicación		a · 1 = a	9 x 1 = 9 -3 x 1 = -3
Inverso aditivo u opuesto	a + (-a) = 0		6 + (-6) = 0
Inverso multiplicativo o recíproco		$a.\frac{1}{a}=1$ **cuando** $a \neq 0$	$7.\frac{1}{7}=1$ **;** $\frac{3}{4}.\frac{4}{3}=1$
Distributiva de la suma o de la resta respecto del producto	a · (b + c) = a · b + a · c		5 · (3 + 4) = 5 · 3 + 5 · 4

<u>División</u>

Para recordar:

$\forall a \in R$; $a \neq 0$ se verifica que

$\frac{a}{a}=1$ porque $a.1=a$

$\frac{0}{a}=0$ porque $a.0=0$

$\frac{a}{0}$ no tiene solución porque no existe un número que multiplicado por cero sea igual a **a.**

$\frac{0}{0}$ no está definido porque existen infinitos números que multiplicados por cero den cero

Conclusión: **No es posible la división por cero.**

Propiedad distributiva de la división respecto de la suma o la diferencia.

La división es distributiva con respecto a la suma y a la resta **solamente por derecha**.

$\forall\, a \in R, b \in R, c \in R$; $c \neq 0$ se verifica que

$$(a+b):c = a:c + b:c \qquad (7+5):3 = \frac{7}{3} + \frac{5}{3} = 4$$

$$(a-b):c = a:c - b:c$$

Contraejemplo:

$$2:(7+3) \qquad 2:7+2:3$$

$$\frac{2}{7+3} \qquad \frac{2}{7}+\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{10} \qquad \frac{6+14}{21}$$

$$\frac{1}{5} \neq \frac{20}{21}$$

<u>Potenciación</u>

Para todo número real *a* y todo número natural *n*, se define la potencia enésima de a como el producto de *n* factores iguales a ***a***.

$$a^n = \underbrace{a.a.a.a.a........a}_{\mathbf{n\ factores}}$$

<u>Propiedades de la potenciación</u>

Potencia de otra potencia	$\boxed{(a^n)^m = a^{n.m}}$ La potencia de otra potencia es otra potencia cuya base es la misma y cuyo exponente es el producto de los exponentes	$(2^3)^2 = 2^{3.2} = 2^6$ Los exponentes se multiplican porque:

	dados.	$\left(2^3\right)^2 = 2^3.2^3 = (2.2.2).(2.2.2) = 2^6$
Producto de potencias de igual base	$\boxed{a^m.a^n = a^{m+n}}$ El producto de potencias de igual base es otra potencia cuya base es la misma y cuyo exponente es la suma de los exponentes dados.	$2^3.2^2 = 2^{3+2} = 2^5$ Los exponentes se suman porque: $2^3.2^2 = (2.2.2).(2.2) = 2^5$
Cociente de potencias de igual base	$\boxed{a^m : a^n = a^{m-n}}$ El cociente de potencias de igual base (no nula) es otra potencia cuya base es la misma y cuyo exponente es la diferencia de los exponentes dados.	$2^5 : 2^2 = 2^{5-2} = 2^3$ Los exponentes se restan porque: $2^5 : 2^2 = \frac{2.2.2.\cancel{2}.\cancel{2}}{\cancel{2}.\cancel{2}} = 2^3$
Distributiva de la potencia respecto al producto	$\boxed{(a.b)^m = a^m.b^m}$ La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de cada uno de los factores.	$(3.2)^2 = 3^2.2^2 = 9.4 = 36$ Porque $(3.2)^2 = 6^2 = 36$
Distributiva de la potencia respecto a la división	$\boxed{(a:b)^m = a^m : b^m}$ La potencia de un cociente (con denominador no nulo) es igual a la potencia del numerador dividida por la potencia del denominador.	$(6:3)^2 = 6^2 : 3^2 = 4$ Porque $(6:3)^2 = 2^2 = 4$
NO distributiva de la potencia respecto a la suma y a la diferencia	$\boxed{(a \pm b)^m \neq a^m \pm b^m}$	
$(6+3)^2 \neq 6^2 + 3^2$ $(6+3)^2 = 9^2 = 81$ $6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$		$(10-6)^2 \neq 10^2 - 6^2$ $(10-6)^2 = 4^2 = 16$ $10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

Algunas potencias especiales:

Por definición $\boxed{a^0 = 1}$ $\boxed{a^1 = a}$ $\boxed{a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m}$

$\boxed{1^m = 1}$ $\boxed{0^m = 0}$ si m ≠ 0 $\boxed{a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}}$

Producto de una suma por una diferencia $\boxed{(a+b).(a-b) = a^2 - b^2}$

Cuadrado de binomio $\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

Cubo de un binomio $\boxed{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + .b^3}$

<u>Radicación</u>

Para todo número a real y todo número natural m se defina el raíz *m* de un número *a*.

$$\boxed{\sqrt[m]{a} = b \quad \text{porque} \quad b^m = a}$$

<u>Signos:</u> para calcular el signo de toda raíz debemos pensar siempre en la operación contraria la de la potencia, por ejemplo:

- $\sqrt[3]{27} = 3 \quad porque \quad 3^3 = 27$
- $\sqrt[3]{-8} = -2 \quad porque \quad (-2)^3 = -8$
- $\sqrt{9} = \pm 3 \quad porque \quad 3^2 = 9 \quad y \quad (-3)^2 = 9$
- $\sqrt{-9} = \text{"no existe solución real"} \quad porque \quad 3^2 = 9 \quad y \quad (-3)^2 = 9$

<u>Propiedades de la radicación</u>

Raíz de raíz	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$ La raíz de otra raíz es otra raíz cuyo radicando es el mismo y cuyo índice es el producto de los índices dados.	$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3.2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$ Porque: $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3]{8} = 2$
Propiedad distributiva de la	$\sqrt[m]{a.b} = \sqrt[m]{a}.\sqrt[m]{b}$ La radicación de un producto	$\sqrt[3]{27.8} = \sqrt[3]{27}.\sqrt[3]{8} = 3.2 = 6$

radicación respecto del producto	es igual al producto de las raíces de cada uno de los factores.	Porque: $\sqrt[3]{27.8}=\sqrt[3]{216}=6$
Propiedad distributiva de la radicación respecto de la división	$\sqrt[m]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$ La radicación de un cociente (con denominador no nulo) es igual a la raíz del numerador dividida por la raíz del denominador.	$\sqrt{\frac{100}{4}}=\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{4}}=\frac{10}{2}=5$ Porque: $\sqrt{\frac{100}{4}}=\sqrt{25}=5$
NO distributiva de la radicación respecto a la suma y a la resta	$\boxed{\sqrt[m]{a\pm b}\neq\sqrt[m]{a}\pm\sqrt[m]{b}}$	
$\sqrt[2]{64+36}\neq\sqrt{64}+\sqrt{36}$ $\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$ $\sqrt{64}+\sqrt{36}=8+6=14$		$\sqrt[2]{25-9}\neq\sqrt{25}-\sqrt{9}$ $\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4$ $\sqrt{25}-\sqrt{9}=5-3=2$
Extracción de factores de una raíz	Se descomponen en factores el radical, se distribuye la raíz y se simplifica los factores cuyos exponentes sean múltiplos del índice.	$\sqrt{18}=\sqrt{3^2.2}=\sqrt{3^2}.\sqrt{2}=3\sqrt{2}$
Simplificación de exponentes e índices	La potenciación y la radicación por ser operaciones inversas. **Pueden simplificarse exponentes con índices cuando la base es positiva**. Se debe tener precaución cuando se trabaja con números negativos.	$\left(\sqrt[3]{8}\right)^6=8^2=64$ Porque: $\left(\sqrt[3]{8}\right)^6=2^6=64$ $\sqrt[2]{3^2}=3$ Porque: $\sqrt[2]{3^2}=\sqrt{9}=3$

Si el índice y el exponente del radicando son iguales:

- **La raíz es igual a la base de la potencia cuando el exponente es impar.**
- **La raíz es igual al valor absoluto de la base de la potencia cuando el exponente es par**

$$\sqrt[n]{x^n}=\begin{cases}|x| & si \quad n \text{ es par}\\ x & si \quad n \text{ es impar}\end{cases}$$

Porcentaje

Un **porcentaje** es una forma de expresar una proporción o fracción como una fracción de denominador 100, es decir, como una cantidad de centésimas.

Por ejemplo, una expresión como "45%" (45 por ciento) es lo mismo que la fracción $\frac{45}{100}$.

Decir "El 45% de la población humana..." es equivalente a expresar "45 de cada 100 personas..."

Confusión en los uso de los porcentajes

Surgen muchas interrogantes en el uso de los porcentajes debido a un uso inconsistente o a malas aplicaciones de la aritmética elemental.

Un error común en el uso de porcentajes es imaginar que una subida de un determinado porcentaje se cancela con una caída del mismo porcentaje. Una subida del 50% sobre 100 es 100 + 50, o 150, pero una reducción del 50% sobre 150 es 150 - 75, o 75. Este es el efecto final de un aumento seguido de una reducción porcentual sobre una determinada cantidad. Es importante tener claro por el contexto con qué se compara un porcentaje. Cuando se habla de una subida o caída del 10% de una cantidad, la interpretación usual es que este cambio es relativo al valor inicial de la cantidad: por ejemplo, una subida del 10% sobre un producto que cuesta $ 100 es una subida de $ 10, con lo que el nuevo precio pasa a ser $ 110. Si luego se realiza un descuento del 10% el precio final es $ 99. Cualquier otra interpretación es incorrecta.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

1) Completar la siguiente tabla, colocando una cruz en las columnas correspondientes a los conjuntos numéricos a los que pertenece cada número.

Número	N	Z	Q	I
2,254125				
-1,121212…				
8				
-100000				
$2,3.10^3$				
$\left(\sqrt{2}\right)^4$				
$\sqrt[5]{27}$				
$\frac{5}{12}$				
$-\frac{4}{2}$				
π				
$-\frac{\sqrt{5}}{2}$				

2) Contestar verdadero o falso, justificar la respuesta.

a) Todo número natural tiene un sucesor.

b) Hay infinitos números naturales

c) Todo número natural se puede escribir como la suma de naturales.

d) La resta de números naturales es siempre un número natural

e) Hay más números naturales que números pares.

f) $\sqrt{1,44}$ es un número irracional.

g) 3,8888…. es mayor que 3,89

h) $5,\overset{\frown}{9}$ es un número entero

i) $\sqrt{8}$ puede escribirse como fracción

j) $\frac{2}{3}$ tiene infinitas cifras en su desarrollo decimal.

3) Dados los números

$$\frac{1}{5}\ ;\ -\frac{3}{5}\ ;\ \frac{-4}{-8}\ ;\ -\left(-\frac{2}{3}\right)\ ;\ -6\ ;\ 7\ ;\ \frac{7}{2}$$

Indicar cuáles son: a) mayores que cero; b) mayores que cero y menores que uno; c) mayores que uno; d) menores que cero

4) Traducir al lenguaje aritmético y resolver

a.- La cuarta parte de siete novenos.

b.- La tercera parte de nueve quintos.

c.- Las mitad de la quinta parte de (-47).

d.- La mitad de cinco más el triple de dos quintos.

e.- La diferencia entre el cubo de dos séptimos y el cuadrado de un sexto.

f.- El cuadrado de la suma de un medio y un tercio.

g.- La suma entre la cuarta parte de tres y la tercera parte de ocho.

h.- El cubo de la diferencia entre uno y tres cuartos.

5) Escribe en forma de fracción: $0,7\overset{\frown}{9};\ 3,2;\ 3,\overset{\frown}{15};\ 2,5\overset{\frown}{2};\ 2,05;\ 0,2\overset{\frown}{3};\ 0,\overset{\frown}{23}$

6) Pasar a decimal o a fracción según corresponda:

a) 0.014 b) $1,13$ c) $5\frac{1}{4}$ d) 0.2031 e) 0.9

f) $0,\overset{\frown}{7}$ g) $\frac{3}{4}$ h) $\frac{1}{8}$ i) $0,1\overset{\frown}{7}$ j) $7\frac{2}{5}$

7) Calcular aplicando las propiedades correspondientes:

a) $(-10)^2.10^{-3} =$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} =$

c) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot 5^3 =$

d) $7^2.7^3.7^{-4} =$

e) $\left(1/3\right)^{-3}.6^{-2} =$

f) $3^{-2}.3^0.3^4.3^{-1} =$

g) $(0,2)^3 : 0,2 =$

h) $(10)^3 . 1/100 .(-10)^4 =$

i) $(-4)^6 : (-4)^4 =$

j) $\left[(-5)^2\right]^2 =$

k) $\left[(-10)^3\right]^{-2} =$

l) $\left[(-4)^0\right]^4$

m) $\left(\sqrt{9}\right)^4 =$

n) $\sqrt{64+36} =$

ñ) $\sqrt{64.36} =$

o) $\sqrt{2}.\sqrt{2} =$

p) $(2-5)^{-3} =$

q) $(-1)^3.(-1)^0.(-1)^{-8} =$

r) $0,\overset{\frown}{3}.\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$

s) $0,1\overset{\frown}{7}.\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} =$

t) $2,5\overset{\frown}{3} - 2,\overset{\frown}{3} =$

u) $\left(-\frac{3}{10}\right)^{-5}.\left(-\frac{3}{10}\right)^{4} =$

v) $\left[\left(\frac{3}{10}\right)^2\right]^{-1} =$

w) $3^5.\frac{3^2}{3^{-10}} =$

8) Escribir cada una de las siguientes expresiones como una única potencia

a) $\frac{(a^7.b^5)^2 : a^4.b^2}{a^{10}.b^8} =$

b) $\frac{a^7.a^8 : a^{10}}{(a^4 : a^5) : a^9} =$

c) $\frac{a^3b^5 : (a.b)^3}{a^7.b^4} =$

9) Aplicar propiedades de la radicación y luego resolver

$\sqrt{\frac{9}{4}\cdot\frac{25}{49}} =$ $\sqrt{\sqrt{\frac{81}{16}}} =$ $\sqrt[3]{\frac{27}{8}\cdot\frac{125}{64}} =$ $\sqrt{\frac{144}{81}:\frac{36}{25}} =$

10) Decir si son verdaderas o falsas las siguientes operaciones. Justificar diciendo la propiedad que se aplicó o rehacer el ejercicio en forma correcta

$\sqrt[3]{5.25} = \sqrt[3]{125}$ $\sqrt{4+25} = \sqrt{4} + \sqrt{25}$ $\sqrt[4]{0{,}0081} = \sqrt[4]{81} : \sqrt[4]{10000}$

$\sqrt[3]{8.125} = \sqrt[3]{8}.\sqrt[3]{125}$ $\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3+3}$ $\sqrt{0{,}04} = \sqrt{4} : \sqrt{100}$

$\sqrt[3]{6}.\sqrt[3]{36}=\sqrt[3]{6.36}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}}=\sqrt[6]{512}$ $\qquad$ $(5.10)^2=5^2.10^2$

$\left(\frac{3}{2}\right)^2.\left(\frac{5}{7}\right)^3=\left(\frac{3.5}{2.7}\right)^5$ $\qquad$ $4^2+4^3=4^5$ $\qquad$ $0,3^2.\frac{3}{10}=\left(\frac{3}{10}\right)^3$

$4^4.\frac{4^{-2}}{4^3}=\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\left[(3)^2\right]^3=(3)^5$ $\qquad$ $\left[(0,2)^{-1}\right]^2=25$

$(3+2)^2=3^2+2^2$ $\qquad$ $2^3+2^4=2^7$

11) Resolver las siguientes operaciones con números racionales. Mostrar los pasos usados y expresar el resultado final como fracción irreducible.

a.- $\left(\frac{\frac{16}{3}-3}{-\frac{7}{2}}+1\right)-\left(\frac{\left(-1+\frac{1}{3}\right).\left(-\frac{2}{3}\right)}{3}\right)=$

b.- $\left(\frac{1+\sqrt{9}}{2}\right)^{-1}+\left(\frac{1-\sqrt[3]{-8}}{6}\right)^2+\sqrt{\left(\frac{8+\sqrt[5]{-32}}{3}\right)^{-2}}=$

c.- $\sqrt{\frac{1}{2}}.\sqrt{\frac{1}{8}}-\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}+\frac{3}{2}\div\left(1-\frac{1}{2}\right)=$

d.- $\left(\frac{2}{3}\right)^8\div\left(\frac{2}{3}\right)^5-\sqrt{1+\frac{5}{3}.(-3)^{-1}}+\left(\frac{7}{6}\right)^0=$

e.- $\left(\sqrt[3]{0,027}-0,\hat{3}\right):0,0\hat{5}=$

f.- $\left[0,\hat{5}.\ \sqrt{0,81}-\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]:\left(1+\frac{1}{2}\right)^2=$

g.- $\left(\frac{1}{2}-1\right)^{-2}+0,\hat{3}^2-\sqrt{1-0,\hat{8}}=$

h.- $\frac{5}{6}.\left(\frac{1}{2}-1\right)^{-3}+\sqrt[3]{\frac{1}{4}:(-2)}+0,\hat{6}=$

i.- $\frac{1}{46}.2,0\hat{4}-(0,8-1).3^{-1}+\sqrt{1-\frac{16}{25}}=$

j.- $\left(0,75.0,4+0,2^2\right):1,7-\sqrt[3]{0,008}=$

k.- $0,25.\left(4-3,\hat{6}\right)-0,5\hat{3}=$

l.- $\sqrt{\frac{5}{4}.\left(\frac{7}{10}-\frac{1}{2}\right)}+\left(0,\hat{5}-0,5\right):0,\hat{2}=$

12) Resolver utilizando propiedades (sin usar calculadora):

a) $\dfrac{\sqrt{27}-1-\frac{1}{3}\sqrt{108}}{\frac{1}{3}.\left(\sqrt{108}-\sqrt[4]{81}\right)}=$

b) $\dfrac{2^{x^2+3x}}{2^{-x^2+1}}:\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-\left(x^2+3x\right)}}{2^{1-x^2}}=$

c) $3\sqrt{8}-4\sqrt{18}+3\sqrt{50}-\sqrt{32}=$

d) $5\sqrt[3]{5}:\sqrt{\left(\frac{1}{5}\sqrt[5]{25}\right)^{\frac{-1}{3}}}=$

13) Calcular y responder

El 48% de veinticinco cuartos

…………………………………………………………………………………………….

El 35% del 20% de 1460

………………………………………………………………………………………………..

¿Cuál es el 31% del 4% del 19% de 3200?

……………………………………………………………………………

El 15% del 56% de treinta y un veintiocho avos

…………………………………………………………………

El 81% del 17% de 783

……………………………………………………………………………………………….

¿Cuál es el 35 % del 35 % de $ 100?

……………………………………………………………………………………

14) En un curso de 48 alumnos, 30 son varones. Calcular el porcentaje de varones y mujeres del curso.

15) Completar la siguiente tabla

Precio de venta	Descuento (en %)	Descuento (en $)	Precio a pagar
$ 125	20 %		
$ 135		$ 33,75	

	15 %	$ 30	
$ 280			$ 182
	20 %		$ 2.000
		$ 3.584	$ 9.216

16) En una ciudad durante el año 2000 se registra el nacimiento de 105 niñas y 95 niños.

a) Indicar el porcentaje de niñas nacidas ese año.

a) Indicar el porcentaje de niños nacidos ese año.

c) Expresar la tasa de nacimiento de niñas respecto de los niños